

Na obrázku je nárys plechového kbelíku.

- 1) Vyjádřete objem kbelíku pomocí horního průměru D , průměru dna d a pomocí výšky v .

Řešení:

Objem kbelíku vyjádříme podle obrázku jako rozdíl objemů velkého a malého kužele:

$$V = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2(v+x) - \frac{1}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2x$$

Z podobnosti trojúhelníků vyjádříme x :

$$\frac{D}{d} = \frac{v+x}{x}$$

$$D \cdot x = d \cdot v + d \cdot x$$

$$x = \frac{d \cdot v}{D - d}$$

Pak můžeme ještě vypočítat výšku $v + x$:

$$v + x = v + \frac{d \cdot v}{D - d} = \frac{D \cdot v}{D - d}$$

Oba výrazy dosadíme do vztahu pro objem a upravíme:

$$V = \frac{1}{12}\pi\left[D^2 \cdot \frac{D \cdot v}{D - d} - d^2 \cdot \frac{d \cdot v}{D - d}\right] = \frac{1}{12}\pi \cdot v \cdot \frac{D^3 - d^3}{D - d} = \frac{1}{12}\pi \cdot v \cdot (D^2 + Dd + d^2)$$

- 2) Dosadíte hodnoty $D = 30$ cm, $d = 20$ cm, $v = 30$ cm a vypočítejte objem kbelíku. Ve vhodném měřítku sestrojte síť kbelíku.

Řešení:

Po dosazení získáme:

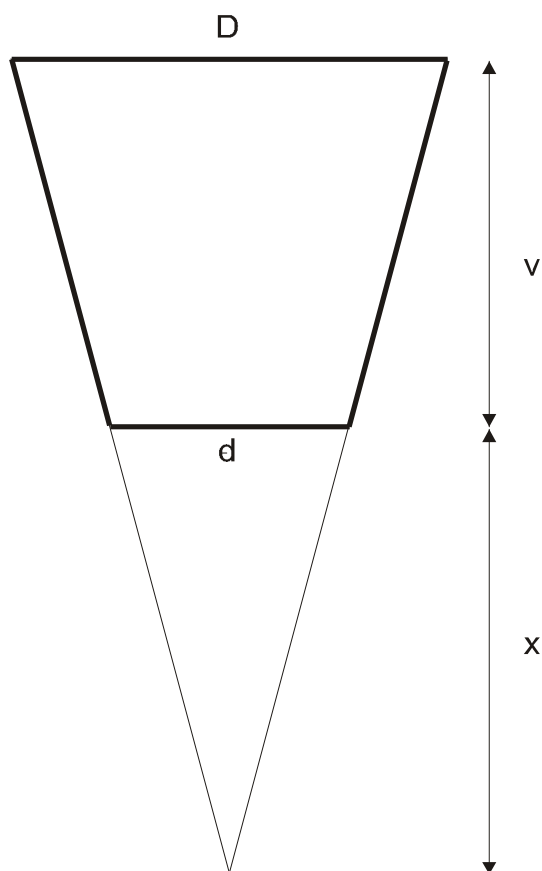
$$V = \frac{1}{12}\pi \cdot 30 \cdot (30^2 + 30 \cdot 20 + 20^2) = \pi \cdot \frac{5}{2} \cdot (900 + 600 + 400) = \pi \cdot 4750 \approx 14923$$

Objem kbelíku je $14\,923$ cm³, což je přibližně 14,9 litru.

Síť bude tvořena kruhem o průměru d (dno kbelíku) a útvarem na následujícím obrázku (rozvinutý plášť kbelíku).

Úsečka délky w je rameno lichoběžníka z hořejšího obrázku, a tedy platí:

$$w = \sqrt{v^2 + \left(\frac{D}{2} - \frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{v^2 + \frac{(D-d)^2}{4}} = \sqrt{30^2 + \frac{10^2}{4}} = \sqrt{925} \approx 30,4 \text{ cm}$$



Zbývá vypočítat ještě dvě neznámé hodnoty, a to R a α .

Délka oblouku kružnice je přímo úměrná velikosti příslušného úhlu, a proto platí:

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{\pi d}{2\pi R} = \frac{\pi D}{2\pi(R+w)} \Rightarrow \frac{\alpha}{180^\circ} = \frac{d}{R} = \frac{D}{R+w}$$

Odtud jednak plyne, že

$$dR + dw = DR$$

$$dw = (D-d) \cdot R$$

$$R = \frac{dw}{D-d},$$

a dále pak

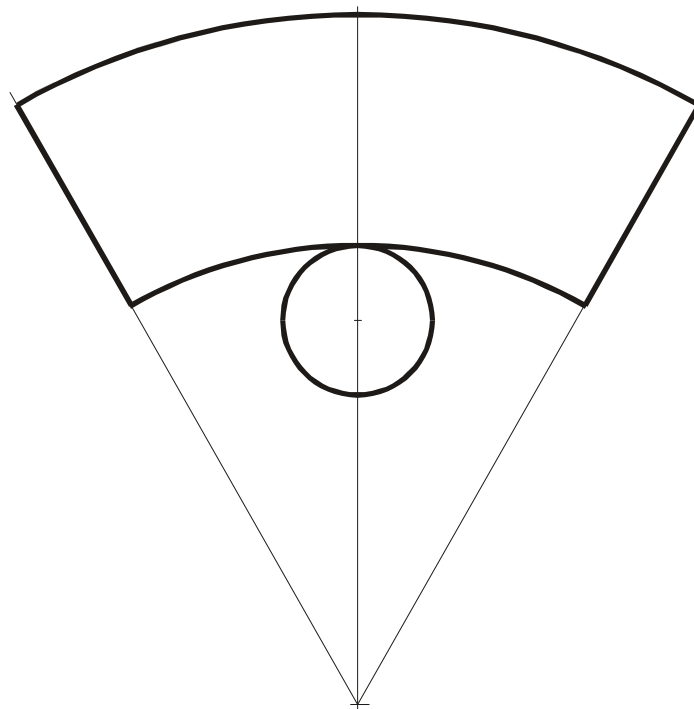
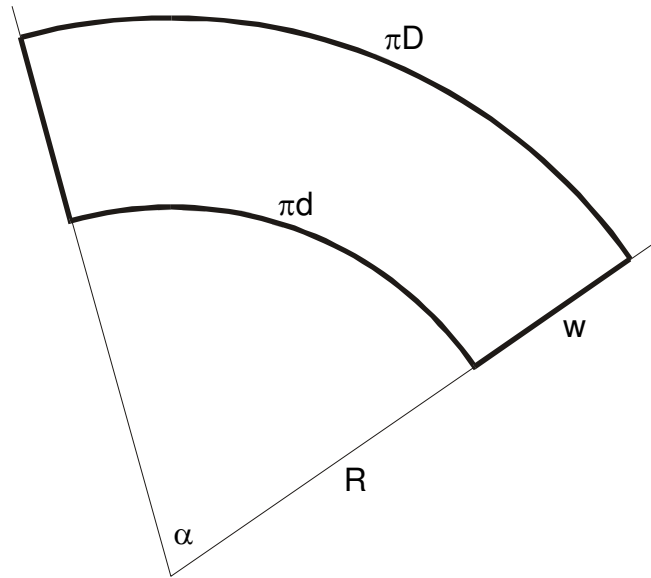
$$\alpha = \frac{d}{R} \cdot 180^\circ$$

$$\alpha = \frac{D-d}{w} \cdot 180^\circ$$

Po dosazení získáme:

$$R = 2 \cdot w = 60,8, \quad \alpha = \frac{10}{30,4} \cdot 180^\circ = 59,2^\circ$$

Nyní již snadno narýsuje síť kbelíku v měřítku 1 : 10.



Poznámka: Žáci mohou narýsovat síť na čtvrtku například v měřítku 1 : 5, vystříhnout a sestavit model kbelíku. Jeho změřením si ověří správnost výpočtů a konstrukce sítě.