

Kytara má šest strun, všechny mají stejnou délku, ale protože jsou z různého materiálu a jsou napínány jinou silou, vydávají jiné tóny. Víte jaké? A víte, jaké jsou jejich kmitočty?

Na krku kytary jsou kovové „pražce“. Stiskne-li kytarista některou strunu těsně nad pražcem, přimáčkne ji k němu, tím zkrátí její délku a struna vydá vyšší tón, než kterým zněla předtím.

Povšimneme-li si pražců podrobněji, zjistíme, že nejsou od sebe stejně vzdáleny, na konci krku jsou jejich vzájemné vzdálenosti větší a směrem k tělu kytary se stále zmenšují. Proč to tak je? A dají se jejich vzdálenosti nějak vypočítat?

Potřebné informace:

- Pražce jsou číslovány odshora. Nejvrchnější má číslo 0, dále pak 1, 2, 3, atd. Dvanáctý pražec je právě v polovině délky strun. Zmáčkne-li libovolnou strunu na 12. pražci, zkrátíme tedy její délku na polovinu, a tím se zvýší její kmitočet dvakrát. Struna bude vydávat tón o tzv. *oktávu* vyšší, než byl tón původní.
- Budeme-li strunu postupně mačkat na jednotlivých pražcích, bude se tón struny zvyšovat o tzv. *půltóny*, dvanáct půltónů tvoří oktávu.
- Zvýšení libovolného tónu o jeden půltón odpovídá tomu, že kmitočet tónu se vynásobí číslem

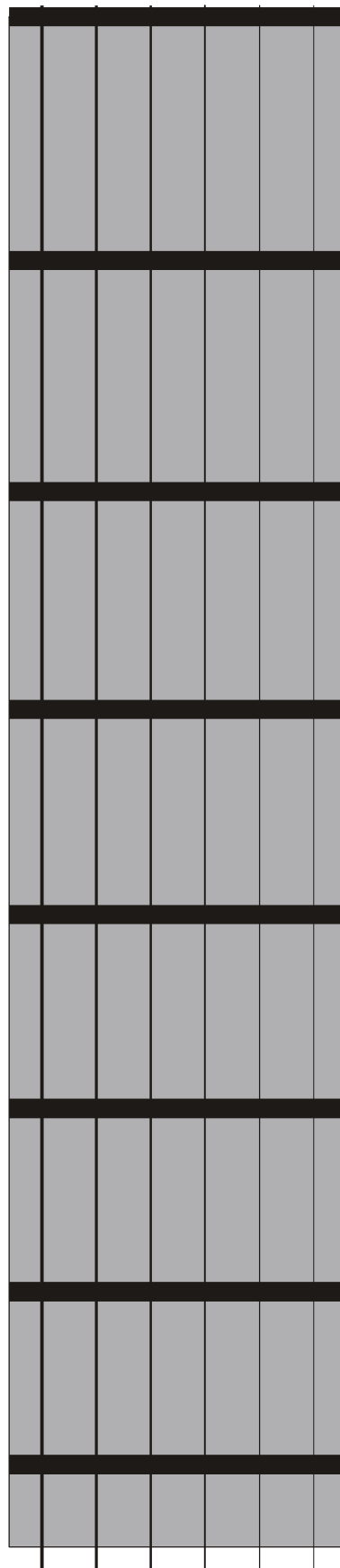
$$q = \sqrt[12]{2} = 1,0594631\dots$$

(Toto číslo se vypočítá jako řešení rovnice $q^{12} = 2$.)

- 1) Druhá nejsilnější struna - na našem obrázku druhá zleva - má základní tón a o kmitočtu 220 Hz (kmitů za vteřinu).

Dopočítejte tabulku, zaokrouhlujte na jednotky:

Číslo pražce	Kmitočet	Číslo pražce	Kmitočet
0	220	7	330
1	233	8	349
2	247	9	370
3	262	10	392
4	277	11	415
5	294	12	440
6	311	13	466



- 2) V následující tabulce dopočítejte podobně jako v předcházející úloze kmitočty pro všechny struny. Doplňte i údaje o relativním zvýšení kmitočtu. (Co znamenají horní indexy u názvů tónů jednotlivých strun?)

Číslo pražce	Kmitočty strun						Relativní zvýšení kmitočtu	
	e	a	d ¹	g ¹	h ¹	e ²	hodnota	v %
0	165	220	294	392	494	659	1,00000	100
1	175	233	311	415	523	698	1,05946	106
2	185	247	330	440	554	740	1,12246	112
3	196	262	350	466	587	784	1,18921	119
4	208	277	370	494	622	830	1,25992	126
5	220	294	392	523	659	880	1,33484	133
6	233	311	416	554	699	932	1,41421	141
7	247	330	441	587	740	987	1,49831	145
8	262	349	467	622	784	1046	1,58740	159
9	277	370	494	659	831	1108	1,68179	168
10	294	392	524	698	880	1174	1,78180	178
11	311	415	555	740	933	1244	1,88775	189
12	330	440	588	784	988	1318	2,00000	200

A konečně - jak vypočítáme vzdálenosti mezi pražci?

Další potřebná informace:

Relativní zvýšení kmitočtu a relativní zkrácení délky struny jsou veličiny nepřímo úměrné! (Zkrátí-li se struna na poloviční délku, vydává tón o dvojnásobném kmitočtu.)

- 3) V následující tabulce dopočítejte všechny hodnoty. Vzdálenosti pražců jsou počítány pro struny délky 640 mm. (Můžete je vypočítat i na reálné kytáře a ověřit správnost naší teorie!)

Číslo pražce	Relativní zvýšení kmitočtu x	Relativní zkrácení délky $y = 1 / x$	Délka struny (mm) $640 \cdot y$	Vzdálenost pražců (mm)
0	1,00000	1,00000	640,0	XXXX
1	1,05946	0,94387	604,1	35,9
2	1,12246	0,89090	570,2	33,9
3	1,18921	0,84090	538,2	32,0
4	1,25992	0,79370	508,0	30,2
5	1,33484	0,74915	479,5	28,5
6	1,41421	0,70711	452,5	26,9
7	1,49831	0,66742	427,1	25,4
8	1,58740	0,62996	403,2	24,0
9	1,68179	0,59460	380,5	22,6
10	1,78180	0,56123	359,2	21,4
11	1,88775	0,52973	339,0	20,2
12	2,00000	0,50000	320,0	19,0